7. Кинемо-динамика неравномерного кругового движения-покоя

В общем случае неравномерного вращения системы потенциально-кинетические проекции движения точек системы на оси x и y имеют вид:

$$\hat{\psi}_x = \hat{\psi}_{xp} + \hat{\psi}_{xk} = r\cos\varphi - ir\sin\varphi = re^{-i\varphi}\,, \tag{2.166}$$

$$\hat{\psi}_y = \hat{\psi}_{yp} + \hat{\psi}_{yk} = r\sin\varphi + ir\cos\varphi = ire^{-i\varphi}\,, \tag{2.166a}$$

где r - расстояние до оси вращения и φ - угловое перемещение.

Потенциально-кинетическая скорость движения точек

$$\hat{\upsilon} = \hat{\upsilon}_p + \hat{\upsilon}_k = (-\omega ri)\mathbf{n} + \omega r\boldsymbol{\tau} \tag{2.167}$$

имеет структуру равномерного движения, но ускорение приобретает дополнительное второе слагаемое, отражающее неравномерную сторону движения:

$$\hat{\mathbf{w}} = -\omega^2(r\mathbf{n} + ir\boldsymbol{\tau}) - i\varepsilon(r\mathbf{n} + ir\boldsymbol{\tau}) = -\omega^2\hat{\mathbf{r}} - i\varepsilon\hat{\mathbf{r}}\,, \tag{2.168}$$

где $\hat{\mathbf{r}} = r\mathbf{n} + ir\boldsymbol{\tau}$ - потенциально-кинетический радиус.

Первое слагаемое - качественное ускорение, ускорение самодвижения, мера равномерного движения. Второе слагаемое - количественное ускорение, ускорение несамодвижения, мера неравномерного движения. Таким образом, неравномерное движение по окружности противоречиво: оно равномерно-неравномерно. Это утверждение, очевидно, справедливо для любого неравномерного движения.

Перегруппируем слагаемые ускорения следующим образом:

$$\hat{\mathbf{w}} = -(\omega^2 + i\varepsilon)r\mathbf{n} - (\omega^2 + i\varepsilon)ir\boldsymbol{\tau} = \hat{\mathbf{w}}_n + \hat{\mathbf{w}}_\tau\,, \tag{2.169}$$

где

$$\hat{\mathbf{w}}_n = -(\omega^2 + i\varepsilon)r\mathbf{n} \tag{2.169a}$$

- нормальное потенциально-кинетическое ускорение;

$$\hat{\mathbf{w}}_\tau = (-i\omega^2 + \varepsilon)r\boldsymbol{\tau} \tag{2.169b}$$

- тангенциальное потенциально-кинетическое ускорение.

В нормальном ускорении первое слагаемое $(-\omega^2)r\mathbf{n}$ есть центростремительное потенциальное ускорение, второе слагаемое $(-i\varepsilon)r\mathbf{n}$ - нормальное кинетическое ускорение (рис.2.8).

В тангенциальном ускорении первое слагаемое $(-i\omega^2)r\boldsymbol{\tau}$ есть тангенциальное кинетическое ускорение, второе слагаемое $\varepsilon r\boldsymbol{\tau}$ - тангенциальное потенциальное ускорение.

Представим теперь ускорение в виде качественно-количественной суммы:

$$\hat{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{w}}_k + \hat{\mathbf{w}}_q\,, \tag{2.170}$$

где

$$\hat{\mathbf{w}}_k = (-\omega^2)r\mathbf{n} + (-i\omega^2)r\boldsymbol{\tau} \tag{2.170a}$$

- квалитативная (качественная) составляющая ускорения;

$$\hat{\mathbf{w}}_q = \varepsilon r\boldsymbol{\tau} + (-i\varepsilon)r\mathbf{n} \tag{2.170b}$$

- квантитативная (количественная) составляющая ускорения.

Квалитативное ускорение (2.170a) есть потенциально-кинетическое центростремительное ускорение, квантитативное ускорение (2.170b) есть потенциально-кинетическое тангенциальное ускорение.

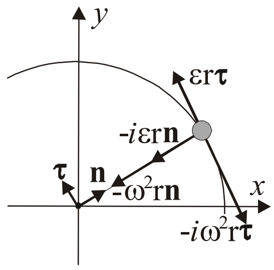

Рис.2.8 Граф ускорений по окружности в неравномерном движении-покое.

Рассмотрим еще потенциально-кинетическую структуру ускорения:

$$\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{w}_p + \mathbf{w}_k, \tag{2.171}$$

где

$$\hat{\mathbf{w}}_p = -\omega^2 r\mathbf{n} + \varepsilon r\boldsymbol{\tau} \tag{2.171a}$$

- потенциальное ускорение;

$$\mathbf{w}_k = -i\varepsilon r\mathbf{n} - i\omega^2 r\boldsymbol{\tau} \tag{2.171b}$$

- кинетическое ускорение.

Аналогичны структуры удельного ускорения. В частности, нормально-тангенциальное или продольно-поперечное удельное ускорение имеет вид:

$$\hat{\omega} = -(\omega^2 + i\varepsilon)\mathbf{n} + (-i\omega^2 + \varepsilon)\boldsymbol{\tau}. \tag{2.172}$$

Таким образом, продольно-поперечная кинема покоя-движения по окружности имеет вид (рис.2.9):

$$\hat{\mathbf{F}} = m(-\omega^2 - i\varepsilon)r\mathbf{n} + m(-i\omega^2 + \varepsilon)r\boldsymbol{\tau}, \tag{2.173}$$

где

$$\hat{\mathbf{F}}_n = -m(\omega^2 + i\varepsilon)r\mathbf{n} \tag{2.173a}$$

- нормальная или продольная потенциально-кинетическая кинема;

$$\hat{\mathbf{F}}_\tau = m(-i\omega^2 + \varepsilon)r\boldsymbol{\tau} \tag{2.173b}$$

- тангенциальная или поперечная потенциально-кинетическая кинема.

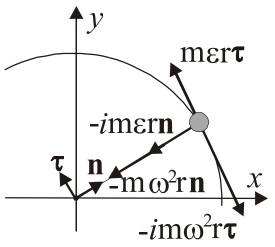

Рис.2.9 Граф кинемы в неравномерном движении-покое на окружности.

Кинема определяет продольно-поперечный момент:

$$\hat{\mathbf{M}} = J(-\omega^2 - i\varepsilon)\mathbf{n} + J(-i\omega^2 + \varepsilon)\boldsymbol{\tau}\,, \tag{2.174}$$

где $J(-\omega^2)\mathbf{n}$ и $J(-i\varepsilon)\mathbf{n}$ - центростремительные моменты покоя и движения, $J(-i\omega^2)\boldsymbol{\tau}$ и $J\varepsilon\boldsymbol{\tau}$ - тангенциальные моменты движения и покоя.

Сумма моментов $J(-\omega^2)\mathbf{n} + J(-i\omega^2)\boldsymbol{\tau}$ определяет равномерное вращение, а сумма моментов $J(-i\varepsilon)\mathbf{n} + J\varepsilon\tau$ - неравномерное вращение.

Осевой момент в неравномерном вращении

$$\hat{\mathbf{M}}_0 = J(\omega^2 + i\varepsilon)\mathbf{k}\,. \tag{2.175}$$

В классической физике используется лишь тангенциальный потенциальный момент $J\varepsilon\boldsymbol{\tau}$ в форме осевого момента с нормой $J\varepsilon\mathbf{k}$.

Кинематический неравномерный ток

$$\hat{\mathbf{I}} = \frac{\hat{\mathbf{F}}}{r} = m(-\omega^2 - i\varepsilon)\mathbf{n} + m(-i\omega^2 + \varepsilon)\boldsymbol{\tau} \tag{2.176}$$

или

$$\hat{\mathbf{I}} = m\omega^2(\mathbf{n} + i\boldsymbol{\tau}) - mi\varepsilon(\mathbf{n} + i\boldsymbol{\tau})\,. \tag{2.176a}$$

Законы сохранения в круговом движении аналогичны соответствующим законам в прямолинейном движении. В частности, закон сохранения абсолютно-относительной энергии при упруго-неупругом ударе во вращательном движении имеет вид:

$$\frac{J_1\omega_1^2}{2} + \frac{J_2\omega_2^2}{2} + \frac{J_{12}(\omega_1 - \omega_2)^2}{2} = \frac{J_1'\omega_1'^2}{2} + \frac{J_2'\omega_2'^2}{2} + \frac{J_{12}'(\omega_1' - \omega_2')^2}{2}\,. \tag{2.177}$$