

11. Обобщенный обмен и законы сохранения-несохранения

Рассмотрим кинематический обмен между системой и окружающей средой на уровне \hat{Z} покоя-движения (рис.2.15).

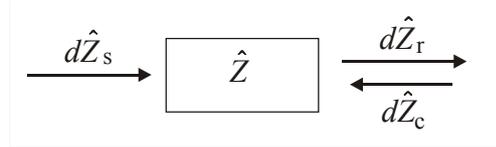


Рис.2.15. Граф обмена.

Пусть из внешней среды в систему поступает $d\hat{Z}_s$ движение-покой, а в окружающую среду системой передается по кинетическому каналу количество движения-покоя $d\hat{Z}_r$ и по потенциальному каналу величина покоя-движения $d\hat{Z}_c$. Если $\hat{Z} = \hat{P}$, тогда

$$d\hat{Z}_s = d\hat{P}_s, \quad d\hat{Z}_r = -rd\hat{\psi}, \quad \hat{Z}_r = -kd\hat{\Phi} \quad (2.262)$$

где \hat{P} - параметр любого уровня движения, r - кинетическое сопротивление или кинетическая упругость, k - потенциальное сопротивление или потенциальная упругость, $d\hat{\psi}$ и $d\hat{\Phi}$ - дифференциалы некоторых состояний. В общем случае сопротивления каналов обмена зависят от состояния системы, среды и характера каналов обмена; в линейном приближении они постоянны.

Обратные им величины g и C называем соответственно кинетической и потенциальной проводимостями.

Каждый из дифференциалов обмена по прямому каналу обмена и двум обратным определяет величину взаимообмена, равную разности парциальных составляющих обмена. Приращение покоя-движения системы $m d\hat{\psi}$ равняется сумме обменов по трем каналам.

Таким образом, имеем:

$$m d\hat{\psi} = d\hat{P}_s + (-rd\hat{\psi}) + (-kd\hat{\Phi}) \quad (2.263)$$

Отсюда приходим к уравнению обмена в виде

$$\frac{m d\hat{\psi}}{dt} + \frac{rd\hat{\psi}}{dt} + \frac{kd\hat{\Phi}}{dt} = \frac{d\hat{P}_s}{dt} \quad (2.264)$$

или

$$\frac{m d\hat{\psi}}{dt} + r\hat{\psi} + \frac{1}{C}\hat{\psi} = \hat{F}_s \quad (2.264a)$$

или

$$\frac{m d^2\hat{\psi}}{dt^2} + r \frac{d\hat{\psi}}{dt} + \frac{1}{C}\hat{\psi} = \hat{F}_s. \quad (2.264b)$$

Уравнение обмена есть одновременно и уравнение состояния системы.

Запишем уравнения обмена-состояния для уровней \hat{S} , \hat{P} , \hat{F} и \hat{D} :

$$\frac{md^2\hat{O}}{dt^2} + r\frac{d\hat{O}}{dt} + \frac{1}{C}\hat{O} = \hat{S}_s, \quad \frac{md^2\hat{\Phi}}{dt^2} + r\frac{d\hat{\Phi}}{dt} + \frac{1}{C}\hat{\Phi} = \hat{P}_s, \quad (2.265)$$

$$\frac{md^2\hat{\psi}}{dt^2} + r\frac{d\hat{\psi}}{dt} + \frac{1}{C}\hat{\psi} = \hat{F}_s, \quad \frac{md^2\hat{v}}{dt^2} + r\frac{d\hat{v}}{dt} + \frac{1}{C}\hat{v} = \hat{D}_s, \quad (2.266)$$

или

$$m\hat{\psi} + r\hat{\Phi} + \frac{1}{C}\hat{O} = \hat{S}_s, \quad m\hat{v} + r\hat{\psi} + \frac{1}{C}\hat{\Phi} = \hat{P}_s, \quad (2.267)$$

$$m\hat{w} + r\hat{v} + \frac{1}{C}\hat{w} = \hat{F}_s, \quad m\hat{z} + r\hat{w} + \frac{1}{C}\hat{v} = \hat{D}_s. \quad (2.268)$$

В широком смысле слова первые слагаемые уравнений - кинетические импульсы, вторые и третьи - кинетические и потенциальные импульсы обратной связи со средой.

Если ввести обобщенные заряды:

$$\hat{Q}_m = \frac{m\hat{v}}{a}, \quad \hat{Q}_r = \frac{r\hat{\psi}}{a}, \quad \hat{Q}_c = \frac{1}{Ca}\hat{\Phi}, \quad (2.269)$$

где a - некоторая характеристическая длина, тогда уравнение \hat{P} - уровня на языке зарядов принимает вид:

$$\hat{Q}_s = \hat{Q}_m + \hat{Q}_r + \hat{Q}_c \quad (2.270)$$

Уравнение \hat{F} - уровня представится уравнением токов:

$$\hat{I}_s = \hat{I}_m + \hat{I}_r + \hat{I}_c \quad (2.271)$$

и, наконец, \hat{D} -уровень выразится уравнением:

$$\frac{d\hat{I}_s}{dt} = \frac{d\hat{I}_m}{dt} + \frac{d\hat{I}_r}{dt} + \frac{d\hat{I}_c}{dt}. \quad (2.272)$$

Если система замкнута по каналу \hat{D}_s ($\hat{D}_s = 0$), она замкнута по всем выше расположенным каналам и в общем случае не замкнута по всем ниже расположенным каналам.

Энергетическое описание уровней \hat{S} , \hat{P} , \hat{F} и \hat{D} выражается так:

$$\hat{E}_s = \int \hat{S}_s d\hat{O} = \frac{m\hat{\Phi}^2}{2} + \int r\hat{\psi} d\hat{O} + \frac{\hat{O}^2}{2C}, \quad (2.273)$$

$$\hat{E}_p = \int \hat{P}_s d\hat{\Phi} = \frac{m\hat{\psi}^2}{2} + \int r\hat{\psi} d\hat{\Phi} + \frac{\hat{\Phi}^2}{2C}, \quad (2.274)$$

$$\hat{E}_f = \int \hat{F}_s d\hat{\psi} = \frac{m\hat{v}^2}{2} + \int r\hat{v} d\hat{\psi} + \frac{\hat{\psi}^2}{2C}, \quad (2.275)$$

$$\hat{E}_d = \int \hat{D}_s d\hat{v} = \frac{m\hat{w}^2}{2} + \int r\hat{w} d\hat{v} + \frac{\hat{v}^2}{2C}. \quad (2.276)$$

Если система замкнута по кинетическому каналу, т.е. $r = 0$, тогда энергии

$$\hat{E}_s = \frac{m\hat{\Phi}^2}{2} + \frac{\hat{O}^2}{2C}, \quad \hat{E}_p = \frac{m\hat{\Psi}^2}{2} + \frac{\hat{\Phi}^2}{2C}, \quad (2.277)$$

$$\hat{E}_f = \frac{m\hat{\mathcal{U}}^2}{2} + \frac{\hat{\Psi}^2}{2C}, \quad \hat{E}_d = \frac{m\hat{\mathcal{W}}^2}{2} + \frac{\hat{\mathcal{U}}^2}{2C}, \quad (2.278)$$

сохраняются. Если же система не замкнута, то и в этом случае движение-покой сохраняются, но уже в границах системы и среды.