

4. Формула Планка и теория Бора

В поисках построения теории спектра Н-атома Бор в статье "О строении атомов и молекул", опубликованной в 1913 г. высказывает общие соображения, в которых отмечает, что если электрон движется по стационарной орбите, то

1) "Частота обращения ω и длина большой оси орбиты $2a$ будут зависеть от величины энергии, которую надо сообщить системе, чтобы удалить электрон на бесконечно большое расстояние от ядра. Если обозначить заряды электрона и ядра через e и E , а массу электрона - через m , получим

$$\omega = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{W^{3/2}}{eE\sqrt{m}}, \quad 2a = \frac{eE}{W} \quad (1) "$$

Выражение очень неудачное, ибо энергия ионизации зависит от положения электрона на орбите, а не наоборот.

Далее он пишет, что для получения энергии излучения при образовании стационарного состояния следует предположить, что

2) "электрон испускает монохроматическое излучение с частотой ν , **равной половине частоты обращения электрона** (выделено мною - Л. Г.) по своей окончательной орбите".

И теперь согласно теории Планка и данного предположения мы читаем:

"Положив

$$W = \tau \hbar \frac{\omega}{2}, \quad (\tau - \text{целое число} - \text{Л. Г.}) \quad (2)$$

с помощью формулы (1) мы получим

$$W = \frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{\tau^2 h^2}, \quad \omega = \frac{4\pi^2 m e^2 E^2}{\tau^3 h^3}, \quad 2a = \frac{\tau^2 h^2}{2\pi^2 m e E} \quad (3) "$$

3) "Если в соотношениях (3) положить $E = e$, мы получим для общего количества энергии, излученной при образовании стационарного состояния,

$$W_r = \frac{2\pi^2 m e^4}{\tau^2 h^2}.$$

Количество энергии, испускаемой при переходе системы из состояния, соответствующего $\tau = \tau_1$, в другое, где $\tau = \tau_2$, будет

$$W_{\tau_2} - W_{\tau_1} = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} \left(\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2} \right).$$

Предполагая теперь, что рассматриваемое излучение монохроматично и что количество испускаемой энергии равно $h\nu$, где ν - частота излучения, получаем

$$W_{\tau_2} - W_{\tau_1} = h\nu,$$

и отсюда

$$v = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left(\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2} \right).$$

[Н. Бор, Избранные научные труды, под редакцией И. Е. Тамма, т. 1, М., Издательство "Наука", 1970, с. 86-87, 91]

Как видим, теория Бора, опубликованная в печати, сводится к трем положениям, но была и другая работа с набросками и размышлениями, которые нам неизвестны.

Скорее всего, в предварительных набросках он принял радиусы стационарных орбит кратными квадратам целых чисел:

$$r = r_1 n^2, \quad (4.1)$$

где r_1 - радиус первой стационарной орбиты. Данное условие позволяло выразить полную энергию электрона H-атома в форме

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_1 n^2}. \quad (4.2)$$

Подобная методика подгонок позволяла получить формулу спектра атома водорода.

Отсюда, опираясь на работы Планка, нетрудно было записать закон сохранения энергии при переходе электрона с одной орбиты на другую:

$$h \frac{c}{\lambda} = E_2 - E_1 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_1} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (4.3)$$

Теперь требовалось обосновать формулу (4.1). Самый простой путь, которым он мог следовать, это третий закон Кеплера:

$$v^2 r = v_1^2 r_1, \quad (4.4)$$

из которого вытекало, что

$$v = \frac{v_1}{n}. \quad (4.4a)$$

При таких условиях момент импульса на стационарных орбитах оказывался равным

$$L = m_e v r = m_e v_1 r_1 n = n \hbar. \quad (4.5)$$

Теперь можно было выражение (4.5) объявить условием стационарности орбит, которое приводит к равенству (4.1).

Независимо от хода предполагаемых рассуждений, Бору, безусловно, не давало покоя второе предположение, требующее считать частоту излучения равной половине частоты обращения электрона на орбите.

Это главное ядро глубоких раздумий Бора было впоследствии спрятано за ширмой формальных постулатов, скорее всего не столько Бором, сколько его соратниками. Все это предположения, но они весьма вероятны.

Неясно также, почему Бор в теории излучения атома водорода не упоминает своего предшественника Артура Гааза, известного австрийского физика-теоретика, который еще в 1910 г. исходя из своей модели, вычислил постоянную Ридберга и постоянную Планка. Он показал, что постоянная Ридберга тесным образом связана с элементарным зарядом электрона и квантом действия Планка:

$$R = \frac{2\pi^2 e^4 m}{h^3 c} \text{ [A. Haas, Sitz. Ber. Wiener. Acad. Abt. II-a, 1910, S.119; Phys. Z. II, 1910, S.537].}$$

Обратим теперь наше внимание на проблему соотношения частоты обращения и излучения.

В простейшем случае решение волнового уравнения (3.1) при $l=0$ определяет стационарные орбиты цилиндрического поля и стационарные оболочки сферического поля, расстояние между которыми постоянно и равно радиусу первой орбиты-оболочки Бора, так что радиусы стационарных состояний удовлетворяют равенству $r = r_1 n$. Такая равномерность описывается нулями функции Бесселя $J_{\frac{1}{2}}(kr) = 0$.

Возникает вопрос, почему из всех стационарных орбит-оболочек с радиусами $r = r_1 n$ природа выбирает, если верить Бору и условиям обрезания расходящихся решений Шредингера, лишь те, которые удовлетворяют условию $r = r_1 n^2$? Таких сомнений у квантовой механики не было, ибо все строилось на подгонках.

Внешнее воздействие вызывает возбуждение сферического поля Н-атома, в котором элементарное действие \hbar_X любого элемента X произвольно малой массы m микрогалактического поля Вселенной согласно (3.31) постоянно

$$\hbar_X = m \nu r = m \nu_1 r_1. \quad (4.6)$$

Отсюда следует формула скорости для произвольной массы:

$$\nu = \frac{\hbar_X}{m r_1 n} = \frac{\nu_1}{n}, \quad (4.7)$$

которая характерна для сферических полей. Равенство (4.7) верно, так как оно соответствует структуре сферического поля, но будучи записано в строгом соответствии с постулатом разрешенных орбит (4.5) в виде

$$\nu = \frac{n \hbar_X}{m r_1 n^2} = \frac{\nu_1}{n}, \quad (4.7a)$$

уже перестает быть только верным: оно становится неверно-верным. Однако такое положение не допускает формальная логика, хотя на каждом шагу в жизни и в науке мы сталкиваемся с ситуациями, которые содержат верную и неверную информацию об объекте исследования.

Подобные ситуации мы принимаем как само собой разумеющийся факт, не задумываясь над тем, что это расходится с формальной логикой, которую в науке принято считать основой “научного” мышления. В двойном равенстве (4.7a) содержится ошибка, и эту ситуацию следует разобрать.

Умножение числителя и знаменателя алгебраической дроби

$$\frac{\hbar_X}{m r_1 n} \quad (4.8)$$

на одно и тоже число n порождает новую дробь

$$\frac{n\hbar_X}{mr_1 n^2}, \quad (4.8a)$$

которая с точки зрения формальной логики равна исходной дроби, и, следовательно, эти дроби определяют одну и ту же скорость:

$$v = \frac{n\hbar_X}{mr_1 n^2} = \frac{\hbar_X}{mr_1 n} = \frac{v_1}{n}. \quad (4.9)$$

Мир, как однажды заметил Ф. Энгельс, есть овеществленная диалектика, и поэтому с ним необходимо разговаривать на языке диалектической логики. А диалектическая логика утверждает, что умножение числителя и знаменателя любой дроби на одно и то же число количественно ее не изменяет, но исходная дробь и образованная из нее новая дробь качественно (квалитативно) не равны, что можно представить диалектическим бинарным суждением *Да-Нет (Si-No)*:

$$\begin{array}{cc} Si & No \\ \left(\frac{\hbar_X}{mr_1 n} = \frac{n\hbar_X}{mr_1 n^2} \right)_{quan} & \wedge \quad \left(\frac{\hbar_X}{mr_1 n} \neq \frac{n\hbar_X}{mr_1 n^2} \right)_{qual} \end{array} \quad (4.10)$$

Эти количественно равные, но качественно различные дроби приводят к двум разным исходным посылкам для момента импульса

$$mvr = \hbar_X \quad \text{и} \quad mvr = n\hbar_X, \quad (4.11)$$

из которых в сферическом поле только первое верно, а второе неверно. Из верного равенства $mvr = \hbar_X$ следует формула Бальмера и из неверного равенства $mvr = n\hbar_X$ тоже следует формула Бальмера. Рассмотрим это в следующем варианте.

Как мы уже знаем, энергетические меры покоя и движения по круговой орбите представляются равными по величине и противоположными по знаку кинетическими и потенциальными энергиями. Так как любой достаточно малый участок произвольной траектории равносильна малой дуге касательной окружности, то любое волновое движение произвольной микрочастицы (равным образом макро- и мегаобъекта) характеризуется кинетической и потенциальной энергиями также равными по величине и противоположными по знаку

$$E_k = \frac{mv_k^2}{2}, \quad E_p = \frac{m(iv)_p^2}{2} = -\frac{mv_p^2}{2}, \quad (4.12)$$

поэтому полная потенциально-кинетическая энергия любого объекта Вселенной равна нулю:

$$E = E_k + E_p = 0, \quad (4.13)$$

а ее амплитуда равна разности кинетической и потенциальной энергий:

$$E_m = E_k - E_p = mv^2. \quad (4.14)$$

Соотношение (4.13) носит фундаментальный характер и является следствием диалектического закона утверждения-отрицания *Да-Нет* (*Si-No*), который отмечает равенство Бытия (*Existencia*) и Небытия (*Inexistencia*) и их неравенство:

$$\begin{array}{cc} Si & No \\ (Existencia = Inexistencia)_{quan} \wedge & (Existencia \neq Inexistencia)_{qual} \end{array} \quad (4.15)$$

Кинетическая энергия, допустим, любого элемента сферического поля на оболочке радиуса $r = r_1 n$ равна

$$E_k = \frac{\hbar_X^2}{2J_X} = \frac{\hbar_X^2}{2m_X r^2} = \frac{\hbar_X^2}{2m_X r_1^2 n^2}. \quad (4.16)$$

Такова же и противоположная по знаку потенциальная энергия. Разность кинетических энергий ΔE_k двух стационарных состояний определяет обмен материей-пространством движением E_γ между элементом сферического поля и окружающим полем материи-пространства. Так как $E_\gamma + \Delta E_k = 0$, то

$$E_\gamma = \hbar_X \omega = -\Delta E_k = -\frac{m_X v_1^2}{2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (4.17)$$

и отсюда вытекает формула Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{v_1}{4\pi_1 r_1 c} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (4.18)$$

Таким образом, спектр Н-атома можно рассматривать как результат массовой перестройки Н-атома, в котором наличие электрона необязательно, ибо формула спектра излучения, вообще говоря, не нуждается в электроне.

Масса электрона, как волновой полевой период-квант присоединенной массы, определяет квант действия сферического поля субатомного уровня не только основного тона, но и обертонов, вероятности состояний которых, как и большинство массовых процессов, описываются приближенно законом Гаусса

$$w = C \exp(-v^2 / v_\sigma^2) = C \exp(-h\nu n / \varepsilon_\sigma) = C \exp(-h\nu n / kT), \quad (4.19)$$

где v_σ - наивероятная скорость, ε_σ - наивероятный квант энергии, $h = 2\pi m v_1 r_1$ - азимутальное волновое действие Планка и $T = \frac{\varepsilon_\sigma}{k}$ - наивероятная относительная энергия, или "абсолютная" температура. Причем, если ε_σ - квант кинетической энергии, $T > 0$, если же ε_σ - квант потенциальной энергии, $T < 0$, т.е. в объективной природе положительные и отрицательные абсолютные температуры всегда рядом.

К сожалению, физика паровых машин до сих пор вбивает студентам вузов в голову "недостижимость абсолютного нуля", хотя весь микромир есть комплекс положительных и отрицательных абсолютных и неабсолютных температур.

Во внутренних оболочках звезд преобладают отрицательные абсолютные температуры, во внешних оболочках - положительные абсолютные температуры, и в каждой микрочастице положительные и отрицательные абсолютные температуры идут рядом, и они неразрывны подобно магнитным полюсам.

При орбитальном возбуждении на граничных оболочках радиуса Бора r_1 характеристические волновые радиусы в простейшем случае цилиндрического орбитального поля определяются из условия

$$\operatorname{Re} \Psi = \sqrt{\frac{\pi}{2}} J_{l+\frac{1}{2}}(\rho) = 0 \quad (4.20)$$

что равносильно

$$k_n r_1 = \pi n \quad \text{или} \quad \lambda_n = \frac{2r_1}{n}. \quad (4.21)$$

Амплитуда скорости в цилиндрическом поле, рожденная обертонами, принимает вид

$$v = \frac{\omega n a_s}{\sqrt{k_n r_1}} = \frac{\omega n a_s}{\sqrt{\pi n}} = \omega \frac{a_s}{\sqrt{\pi}} \sqrt{n} = \omega a_1 \sqrt{n} = v_1 \sqrt{n} \quad (4.22)$$

и энергия обертона

$$\varepsilon = m v^2 = m \omega_1^2 a_1 n = \hbar \omega n = h \nu n, \quad (4.22a)$$

при этом кинетическая энергия

$$\varepsilon = \frac{m v^2}{2} = \frac{1}{2} h \nu n. \quad (4.22b)$$

В таком случае на боровской орбите Н-атома для полной энергии имеем

$$v^2 / v_\sigma^2 = h \nu n / \varepsilon_\sigma = h \nu n / k T$$

и согласно (4.19) среднее значение энергии возбуждения оболочки Н-атома

$$\langle \varepsilon_v \rangle = \frac{\sum h \nu n \Delta w_n}{\sum \Delta w_n} = h \nu \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \exp(-n h \nu / k T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n h \nu / k T)} = \frac{h \nu}{e^{h \nu / k T} - 1}. \quad (4.23)$$

Энергия излучения (4.23) рождается Н-атомами и тогда, когда они являются составляющими сложных атомов. В этом смысле Н-атомы есть элементарные Н-излучатели, определяющие структуру оптических спектров любых атомов с определенными качественными особенностями, отражающими взаимное положение Н-атомов в составе атомных оболочек элементов периодической таблицы.

Определение средней энергии, выполненное на основе закона Гаусса, не учитывает качественных и количественных изменений атомных систем, что существенным образом влияет на характер излучения Н-атома, поэтому реальные средние энергии в интервале подобных изменений состояний атомов и их Н-излучателей не равны среднему значению, определяемому формулой (4.23).

Реально можно говорить лишь о средней энергии в интервалах качественно подобных состояний

$$\langle \varepsilon_v \rangle_{\Delta v} = \frac{\sum h \nu w_v \Delta v}{\sum \Delta w_v}, \quad \text{где} \quad \frac{\Delta w}{\Delta v} = w_v - \text{спектральная плотность вероятности.} \quad (4.23a)$$

Эта же формула справедлива и для узких переходных областей, разделяющих два смежных качественно различных состояния.

Обратимся теперь к равновесному излучению в объеме произвольной полости, которая служит моделью “абсолютно-черного тела”. Для этого необходимо подсчитать число стоячих волн в полости, или, как принято говорить, число собственных колебаний, ибо каждой элементарной стоячей волне отвечает один Н-излучатель.

Для простоты расчетов полость считаем прямоугольной с объемом $a_x a_y a_z$ (рис.3а). Положение элементарной волны в пространстве полости определяется волновым вектором \mathbf{k} с проекциями k_x, k_y, k_z на оси координат X, Y и Z (рис.3б).

При отражении волн от стенок проекции волнового вектора изменяют только знаки, а их величины не меняются, поэтому каждой стоячей волне с волновым вектором \mathbf{k} отвечает несколько бегущих волн, или, как принято говорить собственных колебаний, число которых равно числу размещений двух знаков + и - по трем проекциям k_x, k_y, k_z , т.е. $2^3 = 8$.

Образования стоячих волн требует, чтобы вдоль каждого ребра a_x, a_y, a_z укладывалось целое число элементарных полувольт N_x, N_y, N_z , что можно выразить тремя вариантами равносильных условий:

$$\begin{aligned} \frac{a_x}{\lambda_x/2} = N_x, \quad \frac{a_y}{\lambda_y/2} = N_y, \quad \frac{a_z}{\lambda_z/2} = N_z, \\ k_x a_x = N_x \pi, \quad k_y a_y = N_y \pi, \quad k_z a_z = N_z \pi, \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\frac{N_x}{a_x} = \frac{k_x}{\pi} = \frac{2\nu_x}{c} = n_x, \quad \frac{N_y}{a_y} = \frac{k_y}{\pi} = \frac{2\nu_y}{c} = n_y, \quad \frac{N_z}{a_z} = \frac{k_z}{\pi} = \frac{2\nu_z}{c} = n_z,$$

где n_x, n_y, n_z - линейные плотности волновых чисел N_x, N_y, N_z .

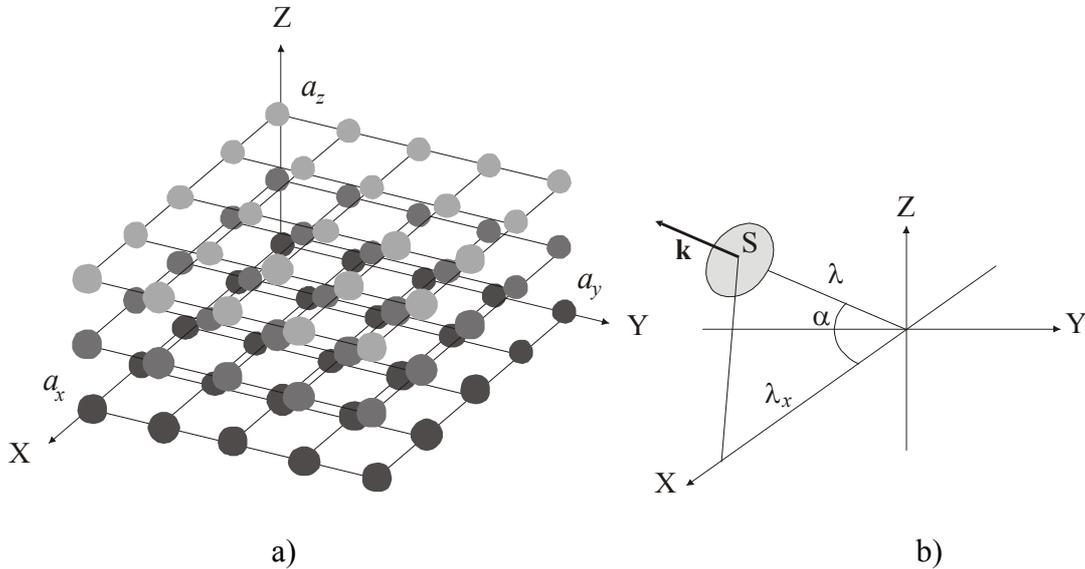


Рис.3. а) Стоячие волны в полости $a_x a_y a_z$, с узлами-кружочками и числом элементарных полувольт по осям 4, 4, 2; б) элемент волновой поверхности S и параметры волны-луча: \mathbf{k} - волновой вектор, λ_x - длина волны вдоль оси X, α - угол направления луча с длиной волны $\lambda = \lambda_x \cos \alpha$.

Третье условие (4.24) вдоль отрезка луча длиной l в произвольном дискретном направлении (направления определяются целыми числами N_x, N_y, N_z) имеет вид

$$\frac{k}{\pi} = \frac{2\nu}{c} = \frac{1}{\pi} \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = \frac{N}{l} = n, \quad (4.25)$$

где n - плотность волнового числа в этом направлении.

Тройки чисел (N_x, N_y, N_z) , (n_x, n_y, n_z) , (k_x, k_y, k_z) и (ν_x, ν_y, ν_z) образуют соответствующие трехмерные дискретные пространства, в которых каждому элементарному кубику пространства отвечает определенное собственное колебание частоты ν . Эти пространства аналогичны пространству узлов стоячих волн в объеме полости (рис.3а)

Поэтому объемы таких пространств, равные числу элементарных кубиков, равны одновременно и числу собственных колебаний полости с соответствующими частотами ν .

Принимая во внимание (4.25) можно утверждать, что число собственных колебаний в единице объема полости, волновые векторы которых изменяются от нуля до значения k определяется объемом сферы

$$n_k = \frac{1}{\pi^3} \frac{4\pi}{3} k^3 \quad (4.26)$$

Каждому волновому вектору k соответствует 8 волн, отвечающих одной и той же стоячей волне, поэтому число стоячих волн в единице объема будет в 8 раз меньше числа, определяемого объемом сферы (4.26):

$$n_k = \frac{1}{6\pi^2} k^3 = \frac{\omega^3}{6\pi^2 c^3} = \frac{4\pi\nu^3}{3c^3} \quad (4.26a)$$

Так как в общем случае каждой частоте соответствует две волны с колебаниями во взаимно перпендикулярных направлениях, то число волн следует удвоить:

$$n_k = \frac{8\pi\nu^3}{3c^3}. \quad (4.26b)$$

Это же число определяет и число Н-излучателей, частоты которых лежат в дискретном интервале от 0 до ν .

Из равенства (4.26a) находим спектральную плотность числа стоячих волн

$$n_\nu = \frac{dn_k}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}. \quad (4.27)$$

Так как каждая стоячая волна связана с одним Н-излучателем средней энергии $\langle \epsilon_\nu \rangle$, то спектральная плотность излучения будет равна

$$u_\nu = n_\nu \langle \epsilon_\nu \rangle = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (4.28)$$

Часть плотности спектрального потока энергии $u_\nu c$ через элементарную площадку $\Delta S = \pi r^2$ по всем направлениям определяет энергетическую спектральную светимость атомного пространства и может быть определена соотношением:

$$r_v = u_v c \frac{\Delta S}{4\pi r^2} = \frac{1}{4} u_v c, \quad (4.29)$$

В таком случае формула Планка для спектральной светимости принимает вид

$$r_v = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (4.30)$$

Из формулы (4.30) следует закон Стефана-Больцмана, определяющий интегральную светимость:

$$R = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \frac{\pi^4}{15} = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4$$

или

$$R = \sigma T^4, \quad \text{где} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}. \quad (4.31)$$

На практике отклонение от закона Планка учитывается эмпирическими спектральными и интегральными коэффициентами излучения, и применение закона Планка к реальным системам, например, звездам допустимо только с большими оговорками.

Вывод закона излучения можно еще упростить. Из условия стационарных волновых орбит $kr = \pi n$ находится радиальная плотность волнового числа

$$n_r = \frac{n}{2r} = \frac{1}{\lambda}, \quad (4.32)$$

на основании которой объемную плотность естественно представить в виде сферического объема в пространстве волновых чисел

$$n_V = \frac{4\pi}{3} n_r^3 = \frac{4\pi}{3\lambda^3} = \frac{4\pi}{3} \frac{\nu^3}{c^3}. \quad (4.32)$$

Отсюда находим спектральную плотность

$$n_\nu = \frac{dn_V}{d\nu} = \frac{4\pi\nu^2}{c^3}. \quad (4.33)$$

Так как в общем случае каждой частоте соответствует две волны с колебаниями во взаимно перпендикулярных направлениях, то число волн следует удвоить:

$$n_\nu = 2 \frac{dn_V}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}. \quad (4.34)$$

И далее возвращаясь к формуле (4.28) приходим опять к закону Стефана-Больцмана.

Итак, волновое уравнение закона отрицания отрицания приводит нас одним и тем же общим результатам, куда входит и краткий вывод закона Стефана-Больцмана.

В свете изложенного необходимо признать ложный характер формальных построений Бора $m_e v r = n \hbar$ и $r = r_1 n^2$, и соответствующих им условий “обрезания” бесконечных решений Шредингера.

В заключение рассмотрим, как элементарное равенство

$$\frac{m\omega^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{или} \quad \frac{m\omega^2}{1} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (4.35)$$

и метод проб и ошибок подвел теорию Бора. Увлечшись этой методой, он принял, что $v = \frac{v_1}{n}$ и $r = r_1 n^2$, и эти ошибочные условия формально вписались в равенство (4.35):

$$\frac{m\omega^2}{1} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \rightarrow \quad \frac{m\omega_1^2}{n^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1 n^2} \quad \rightarrow \quad m\omega_1^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1}. \quad (4.36)$$

Если соединить начальное и конечное равенства, то станет ясно, мы оперируем тавтологией $A = A$:

$$\frac{m\omega^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \rightarrow \quad m\omega_1^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1}. \quad (4.37)$$

Проведем правильный расчет, отвечающий закону элементарных волновых полей, которые Бору были неведомы.

Волновое цилиндрическое поле простейшей структуры радиально однородно, т. е. радиусы устойчивых оболочек, как показывают решения уравнения волнового закона двойного отрицания, удовлетворяют условию (а не гипотезе!):

$$r = r_1 n. \quad (4.38)$$

Далее, в цилиндрическом поле скорость определяется выражением

$$v = \frac{v_1}{\sqrt{n}}. \quad (4.38a)$$

И вот теперь, возвращаясь к равенствам (4.35), мы получаем без формальнологических фокусов-постулатов правильную подстановку:

$$\frac{m\omega^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \rightarrow \quad \frac{m\omega_1^2}{r_1 n^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1^2 n^2} \quad \rightarrow \quad m\omega_1^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1}. \quad (4.39)$$

Таковые реалии волновых полей.

И в заключение коснемся так называемого принципа соответствия. В 1923 г. Бор высказал принцип, который стали называть знаменитым, хотя таковым он никогда не был. В математике существует множество принципов “соответствия”, выражающих частные случаи сравнения подобных теорий.

В формулировке Бора его принцип гласит: **всякая новая теория в физике должна сводиться к хорошо установленной соответствующей классической теории, если новая**

теория прилагается к частным случаям, которые успешно описываются классической теорией.

Данное положение, вообще говоря, неверно, и к нему нужно относиться весьма осторожно.

В самом деле, если мы описываем круговое движение электрона на орбите, то частота его обращения будет определяться отношением:

$$v_e = \frac{v}{2\pi r}. \quad (4.40)$$

С другой стороны, по Бору

$$r = r_1 n^2, \quad v = \frac{v_1}{n},$$

и получается, что частота излучения в случае двух смежных переходов на далеких орбитах оказывается равной частоте обращения электрона на орбите:

$$v = \frac{v_1}{4\pi r_1} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right) \approx \frac{v_1}{2\pi r_1} \frac{1}{n^3} = \frac{v}{2\pi r} = v_e. \quad (4.41)$$

Это серьезное заблуждение в теории Бора, рассматривается, как торжество принципа соответствия, поскольку по классической электромагнитной теории частота обращения электрона при больших квантовых числах должна равняться частоте испускаемого электромагнитного излучения.

Вывод внешне красивый, но неверный. Если на физической установке приводится во вращение заряженный шарик, связанный с осью вращения непроводящим стержнем, то возникает электромагнитное волновое возмущение, частота которого действительно равна частоте вращения шарика, но это искусственное движение, а в естественных условиях оно невозможно. Еще древние греки различали искусственное и естественное движения, и физикам XX в. не грех было бы это помнить.

Например, над полем по кругу летает голубь, периодически взмахивая крыльями, а неподалеку авиамоделист запускает по кругу модель самолета. Здесь мы имеем два движения по кругу: одно естественное волновое движение голубя и второе искусственное движение авиамодели, связанной нитью с авиамоделистом.

Можно ли такие движения формально сопоставлять? Конечно, нет! Круговые траектории у них могут быть одинаковы, но динамика движения у них различна.

Точно также техническое движение по кругу заряженного шарика в лаборатории и естественное самодвижение электрона в атоме - это настолько разные процессы, что связывать их принципом соответствия несерьезно.

Согласно формуле (3.38) имеем:

$$v = \frac{v_1}{4\pi r_1} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right) \approx \frac{v_1}{2\pi r_1} \frac{1}{n^3} = \frac{1}{n} \frac{v_1/n}{2\pi r_1 n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{v}{2\pi r} = \frac{v_e}{n}, \quad (4.41a)$$

т.е. связь между частотой излучения и волновым движением электрона непростая, и электрон нельзя рассматривать как вращающийся заряженный шарик, тем более, что возбуждение Н-атома - это системная перестройка всего его сферического поля, и роль электрона в переходном процессе может носить пассивный характер, как это показывает вывод соотношений (4.17)-(2.18).

В следующих статьях мы рассмотрим теорию спектров, из которой следует как частный случай и формула Бальмера, и нам станет ясно, что принцип соответствия Бора в данном случае просто неправомерен.

В Диалектике нет места механическим принципам соответствия, а есть вездесущий закон познания - закон сходства и различия, или закон сравнения, так что принцип соответствия нужен диалектике, как пятое колесо телеге, ибо нельзя заранее быть уверенным, что классические результаты, созданные формальной логикой, справедливы в тех или иных конкретных случаях.